# Quantitative Research in der Praxis


Hans Bühler

**GLOBAL QUANTITATIVE RESEARCH**


*Berlin, 3. Juli 2002*

Deutsche Bank

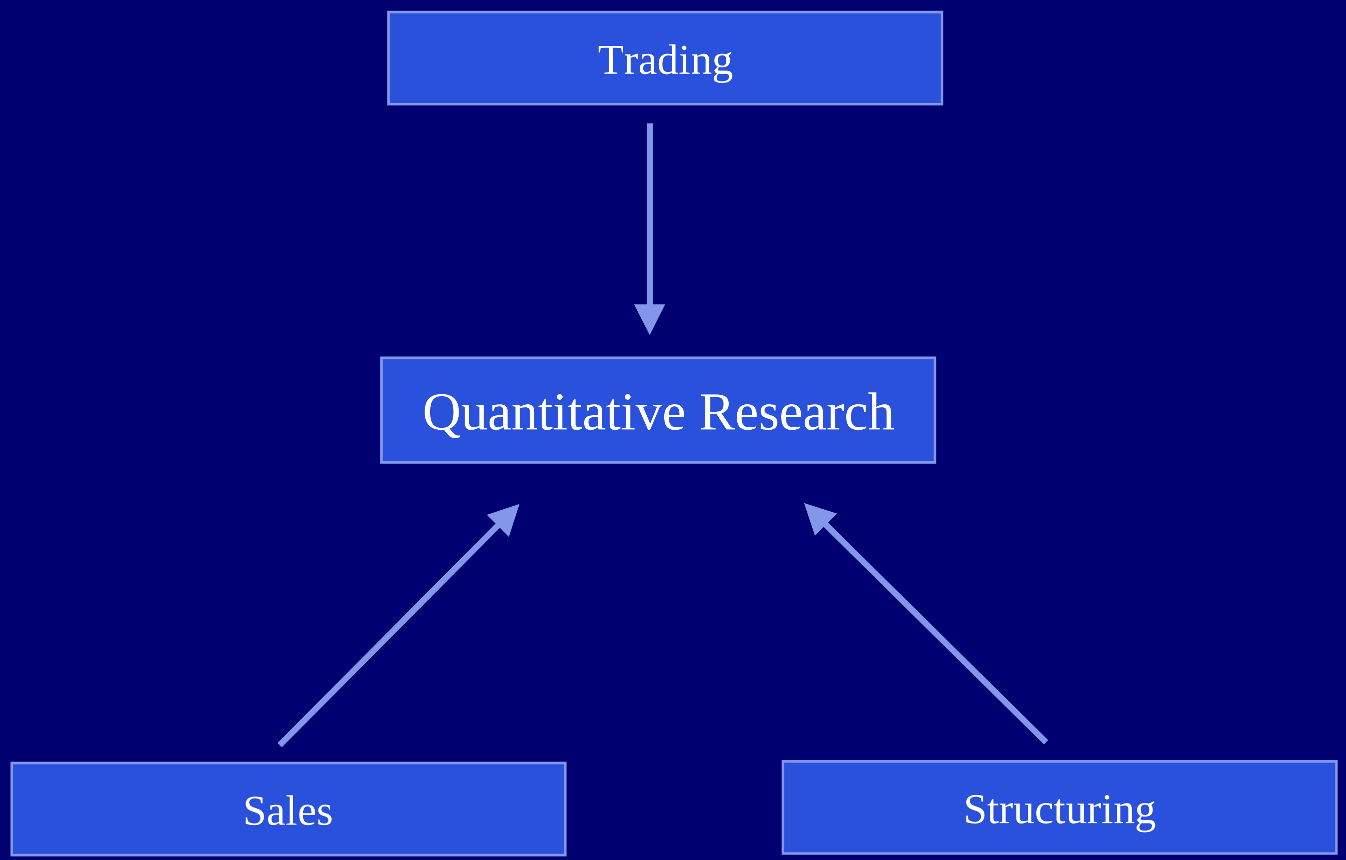
# Quantitative Research in der Praxis

- Vorstellung der Gruppe
- Aufgaben und Interaktion innerhalb von “Global Equities”
- Einige Beispiele aus der Praxis
- Technische Umsetzung
- Fragen & Antworten

# Aufgaben

- <u>Instant Development</u>
  - Bewertung neuer Produkte im Markt
  - Käuferwünsche (Auktionen)
  - Usersupport für die Mitarbeiter von Global Equities
- <u>Research</u>
  - Fokus auf strukturelle Probleme beim Pricing: Volatilitätsmodelle, Zinsraten, Creditmodelle (Defaults)
  - Neue Techniken beim Pricing (neue FD Techniken, FFT)
- <u>Standards</u>
  - Pricing von Produkten, Optimierungen
  - Generisches Pricing
  - Hedging tools
  - Andere Hilfsmittel

# Problemfelder, Aufgabengebiete



# Projektzyklen

- Konzept bei der Deutschen Bank:
  Problem wird mathematisch und technisch von der gleichen Person bzw. Personen gelöst. Dazu gehört:

  - Problemanalyse und -reduktion.
  - Lösungsmöglichkeiten (generisch, analytisch, numerisch)
  - Realisierung
  - Web-Dokumentation und einfaches Beispiel
  - Mathematische Dokumentation
  - Interaktion mit den betroffenen Tradern und Debugging

# Beispiele

- Improving Performance - Einfaches Standardprodukt
- Convertible Bond - Konvergenzschwierigkeiten mit FD
- Volatility Fitting - Beyond Black-Scholes
- Altiplano - ohne analytische Lösung

# Beispiel 1 - Improving Perfomance

- Verspricht die Performance einer Aktie vom Start oder, falls besser, von einem Zwischenzeitpunkt $t<T$ mit einem zusätzlichen Cap $K$ (beispielsweise nach einem relevanten Termin):

$$F = \min( K, \max(S_T/S_0, S_T/S_t) )$$

- Ein sehr einfaches Produkt, kann in Standard-Black-Scholes leicht direkt gelöst werden $\rightarrow$ Analytische Lösung.

# Beispiel 2 - Convertible bond (1)

- Einfachste Variante: Ein Bond mit Coupons und Nominal, der in eine bestimmte Anzahl Aktien der ausgebenden Firma eingetauscht ("konvertiert") werden kann.

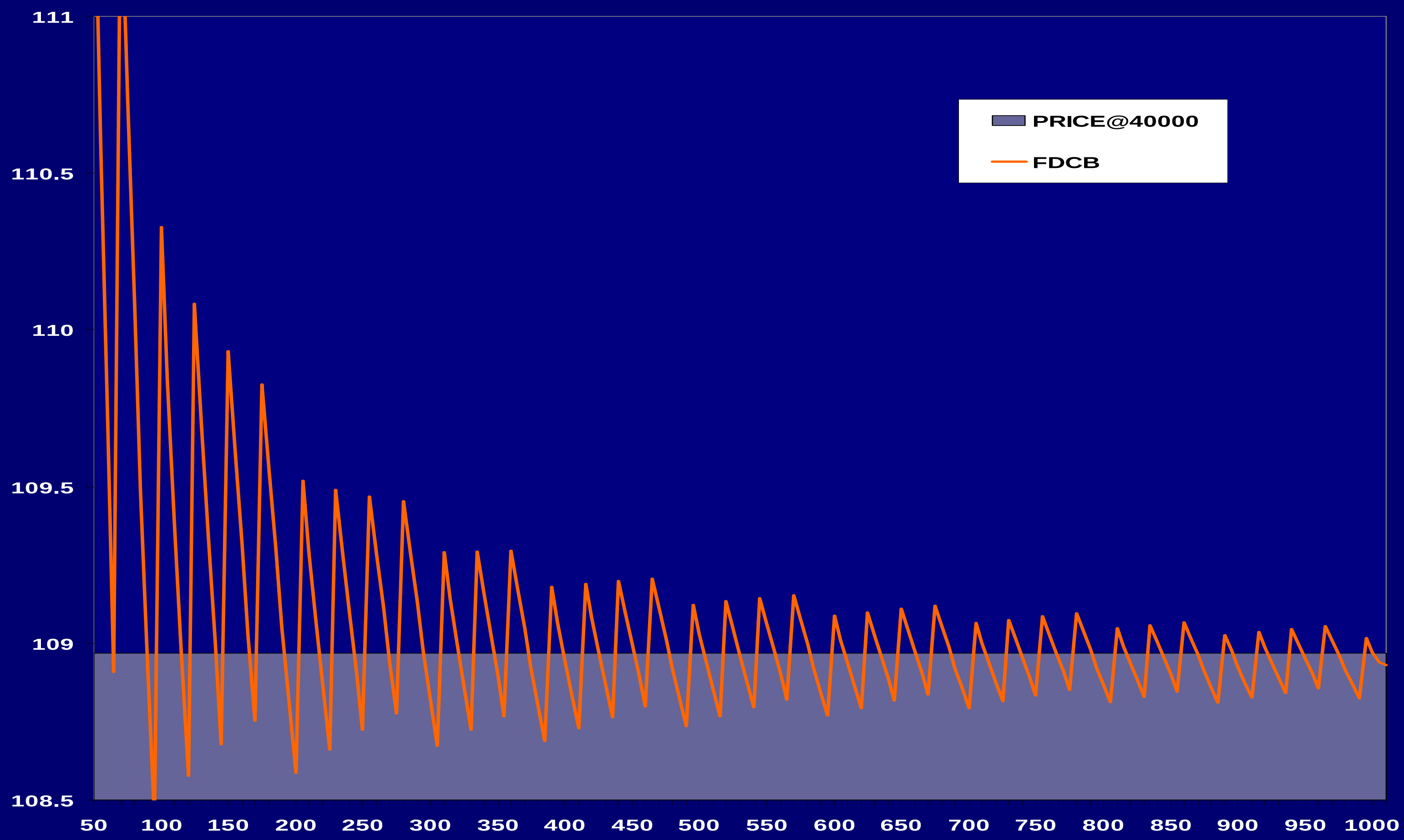
  In dieser Form ein relativ einfaches Produkt (im Prinzip ein Call plus Bond).

- Call-feature: Der Issuer kann, sollte die Aktie ein bestimmtes Level (den "Trigger") überschreiten, die Konvertierung zu erzwingen.

  Ebenfalls gradlinige Anwendung von FD/Tree.

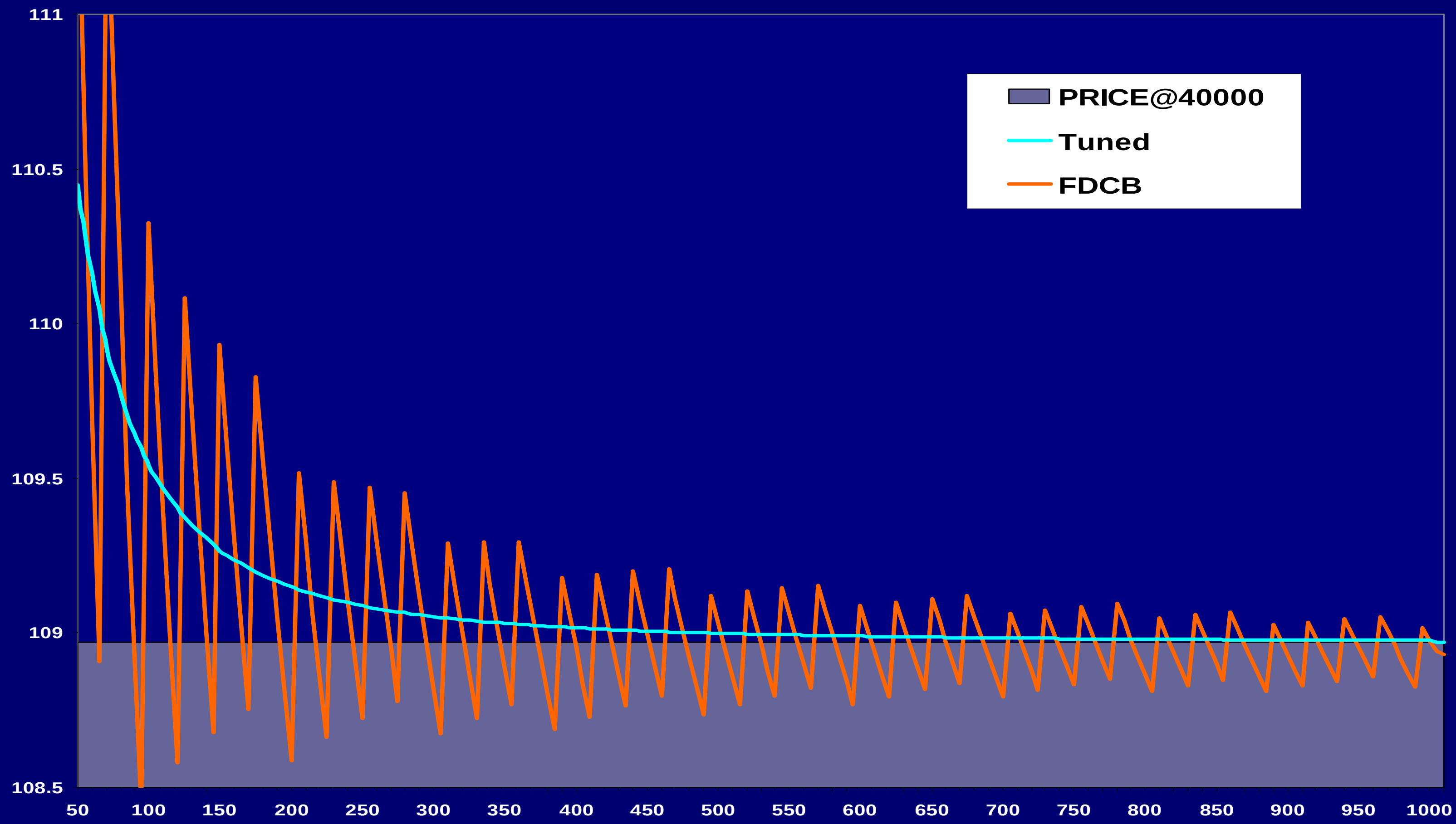
# Beispiel 2 - Convertible bond (2)

- Problem: Oszillation in der Konvergenz.



# Beispiel 2 - Convertible bond (3)

- Lösung: Dynamic Mesh - Stabilisierung der Konvergenz.



# Beispiel 3 - Volatility fitting (1)

- Das klassische Model ist Black-Scholes:

$$dS_t = r\, S_t\, dt + \sigma S_t\, dW_t$$

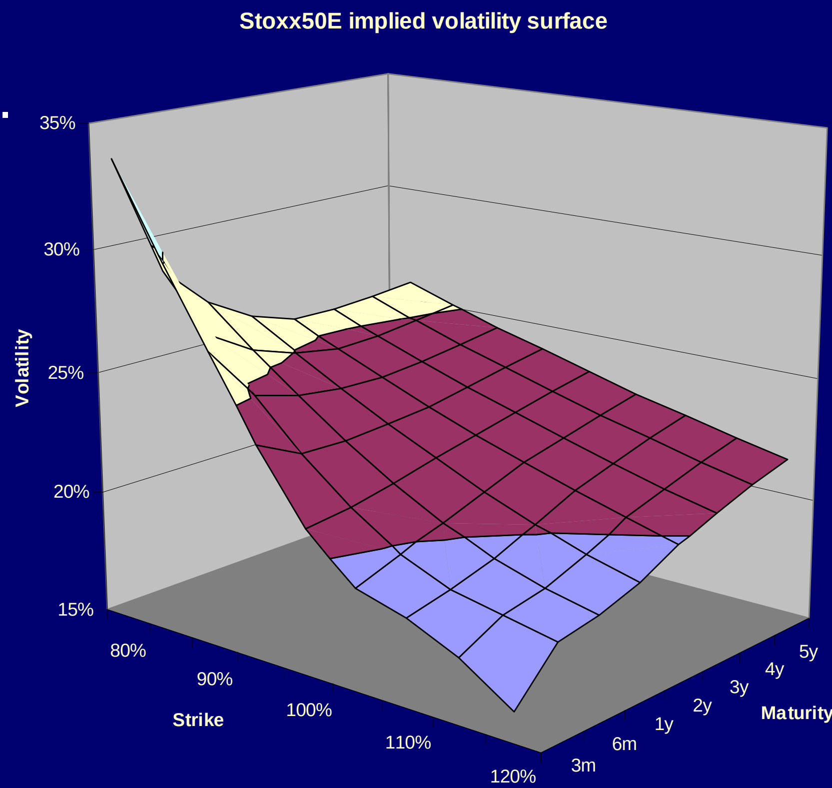
in dem die Volatilität $\sigma$ als konstant angenommen wurde.

- Dieses kann gradlinig um zeitabhängige Parameter erweitert werden:

$$dS_t = r_t\, S_t\, dt + \sigma_t S_t\, dW_t$$

# Beispiel 3 - Volatility fitting (2)

- Problem:
  Volatiltät ist nicht *flat*
  oder nur zeitabhängig.




Black-Scholes
zeitabhängig:

$$dS_t = rS_t\,dt + \sigma_t S_t\,dW_t$$

Deutsche Bank

# Beispiel 3 - Volatility fitting (3)

- Stochastic Volatility. Die Idee beruht auf dem BS-Model

$$dS_t = rS_t\,dt + \sigma_t S_t\,dW_t$$

mit stochastischer Volatilität $\sigma$.

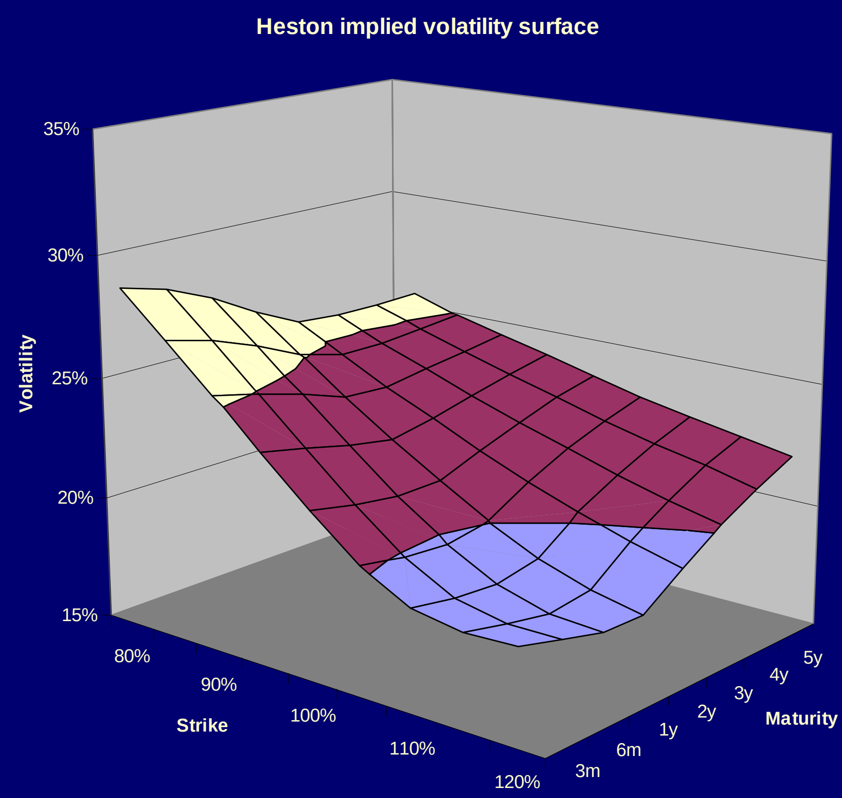
- Sehr beliebt: Heston 1993

$$d\sigma_t^2 = \theta(\kappa - \sigma_\tau^2)\,dt + \nu\,\sigma_t\,dB_t$$

mit Korrelation $\rho$ zwischen $W$ und $B$ und “ShortVol” $s_0$.

# Beispiel 3 - Volatility fitting (4)

- Heston implizite Volatilitäten:




Okay für lange, nicht geeignet für kurze Laufzeiten.

# Beispiel 3 - Volatility fitting (5)

- Jump Diffusion - Merton 1976:

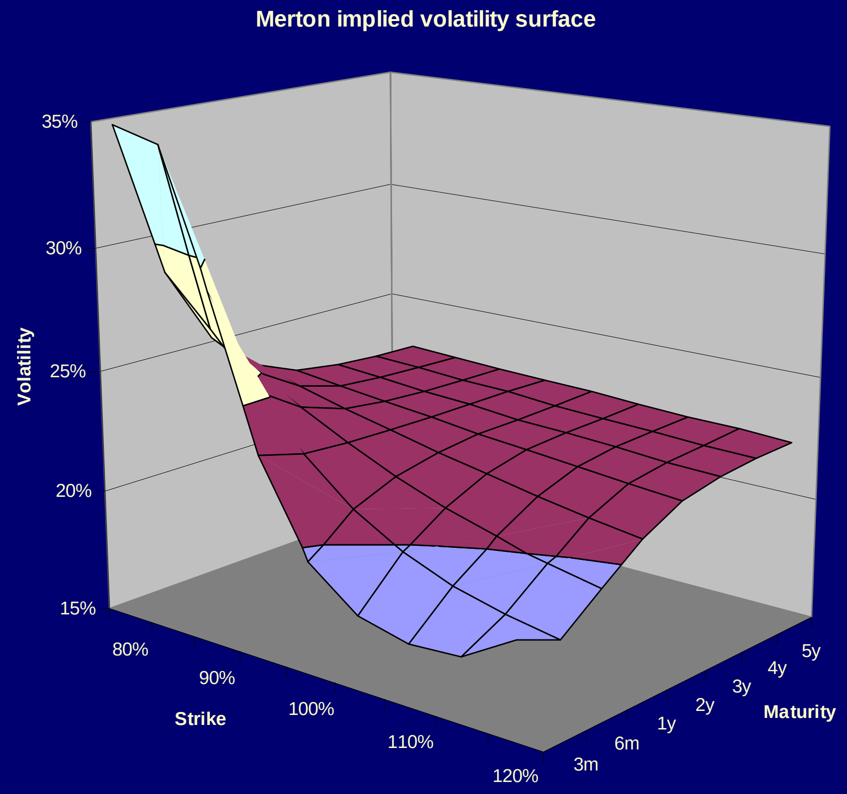
$$dS_t = rS_{t-}\,dt + \sigma S_{t-}\,dW_t + \xi S_{t-}\,dN_t$$

mit Poisson-Prozess $N$ mit Intensität $\lambda$ (Sprünge pro Jahr).

Es gilt:
- $\mathrm{E}[N] = \lambda t$ , $\mathrm{Var}[N] = \lambda t$ , $\mathrm{E}[N_t - N_s \mid \mathcal{F}_s] = \lambda(t-s)$
- $N_t - \lambda t$ ist ein Martingal.
- Die Verteilungsfunktion ist $P[N=n] = e^{-\lambda t} (\lambda t)^n / n!$

# Beispiel 3 - Volatility fitting (6)

- Mertonmodell:




Paßt einigermaßen bei kurzer Laufzeit, zu flach bei längeren Zeiträumen.

# Beispiel 3 - Volatility fitting (7)

- Kombination aus beidem - Bates model:

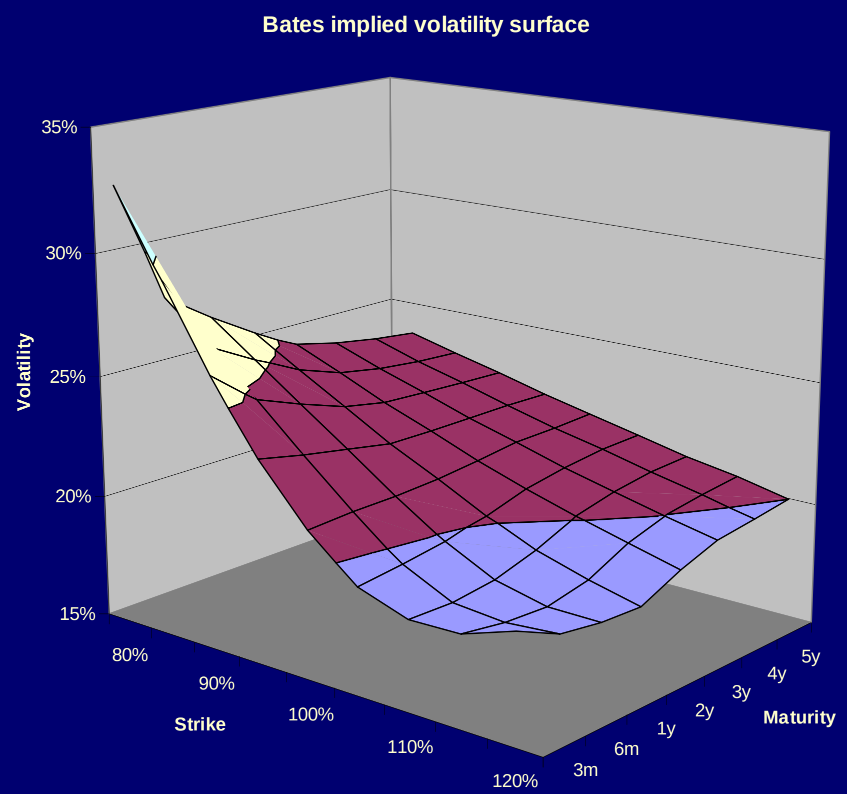
$$dS_t = rS_{t-}\,dt + s_t S_{t-}\,dW_t + \xi\, S_{t-}\,dN_t$$

mit Heston’s Volatilität:

$$d\sigma_t^2 = \theta(\kappa - \sigma_t^2)\,dt + \nu\,\sigma_t\,dB_t$$

# Beispiel 3 - Volatility fitting (8)

- Batesmodell:




Paßt einigermaßen bei kurzer Laufzeit, nicht schlecht bei längeren Zeiträumen.

# Beispiel 3 - Volatility fitting (9)

- Weitere Modelle auf Grundlage von Levy-Prozessen, stochastische Uhren usw.
- Heston bzw. Bates scheint den bisherigen Erfahrungen zufolge im Equity-Bereich dennoch am besten zu funktionieren.
- Problem bei all diesen Modellen: Hedging !!!
  Wie sensibel ist eine Position bezüglich der Parameter des Modells und wie kann die Sensibilität eingeschränkt werden ?

# Beispiel 4 - Altiplano

- Gegeben ist das folgende Problem:
  - Mehrere $n$ Assets (ca. 20) laufen über $m$ Perioden.
  - In jeder Periode gibt es für jeden Asset eine Schranke.
  - Nach jeder Periode wird dem Käufer des Papiers in Abhängigkeit der Anzahl $i$ der getroffenen Schranken ein Coupon $C^i$ ausgezahlt.

  Dabei sind die Assets (d.h. die zugrundeliegenden Brownschen Bewegungen) korrelliert.

- Keine analytische Lösung bis jetzt, nur eine rechte langsame angepaßte Monte-Carlo-Simulation.

# Framework der GE Analytics Library

Schnittstellen (Excel, Applix, Imagine)

Marktdaten, Organisation

Pricing Engine

Automatische Berechnungen von Greeks etc.

Speziell angepaßte Verfahren

Analytische oder gemischt analytische Lösungen

Standardverfahren

Frameworks für Monte Carlo, Tree, Finite Difference, FFT

# Technische Umsetzung - Programmierung

- Bei diesem Team wird die komplette Integration vom Quant durchgeführt. Dies verlangt zumindest grundlegende Kenntnisse der Programmiersprache C++:
  - Klassenkonzept und Vererbung
  - Memorymanagement und Exceptionhandling
  - Effiziente Methodik
  - Anwendung von Templateklassen
- Vorteile des “All-in-one”-Konzepts:
  - Verantwortlichkeit / Expertenwissen
  - Schnelle Reaktionszeiten auf Fehlerberichte
  - Schnelle Erweiterbarkeit

# Fragen & Antworten

hans.buehler@db.com

# Referenzen


- Heston „*A closed form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options*", Review of financial studies 6, 2 (1993) p327-343
- Merton "*Option pricing when the underlying stock process is discontinuous*", Journal of financial economics 3, 1976, p125-144
- Bates "*Jumps and stochastic volatility: Exchange rate processes implicit in deutsche mark options*". Rev. Fin. Studies, 9, 1996, p69-107
- Carr, Medan "*Option valuation using the Fast Fourier Transform*". Journal of Computational Finance, 2, 1998, p61-73