

Finanzmathematik in der Praxis

Hans Bühler
TU Berlin / Deutsche Bank

Berlin, 14.6.2004



Deutsche Bank 





Finanzmathematik in der Praxis

- Das Team und seine Aufgaben
- Beispiele:
 - Volatilität
 - Credit-Risiko
 - Amerikanische Optionen
- Wie ein Projekt abläuft
- Fachliche Schwerpunkte im Job.
- Bewerbung im englischen Sprachraum

The Quant Team

- Team besteht aus jetzt 11 Leuten (aber vorher nur 6)
 - Alle arbeiten in London, bis auf einen in New York.
 - Service fuer Aktien-bezogene Produkte weltweit.
- Verschiedene Fachrichtungen
 - Mathematiker, Physiker und Informatiker.
- Sehr International
 - Drei Briten, zwei Franzosen, zwei Marokkaner, zwei Deutsche, ein Inder und eine Spanierin.
- Der Boss ist DrDr. Overhaus.

Aufgaben

- Ein Kunden will eine bestimmte komplexe Option kaufen.
- Der Trader muss einen Preis angeben.
- Dazu braucht er
 - (a) Ein mathematisches Modell mit dem
 - (b) ein Bewertungsalgorithmus nach
 - (c) Eingabe der geschätzten Marktdaten den “fairen Wert” berechnen kann.

- Wir sorgen fuer (a) und (b).

Mathematische Modelle: Volatilitaet

■ Black & Scholes

$$dS_t = S_t(r_t - d_t)dt + S_t\sigma dW_t$$

Mit bekannter Zinsrate r , Dividendyield d und Volatilitaet σ .

- Robust und vertraut
- Numerisch sehr effizient
- Leider nicht sehr realistisch:
Waehrend r und d meist durchaus als deterministisch Angenommen werden koennen (haengt vom Produkt ab), ist dies fuer σ nicht ausreichend.

Mathematische Modelle: Volatilitaet

- Simple Europaeischen Optionen, z.B. Calls

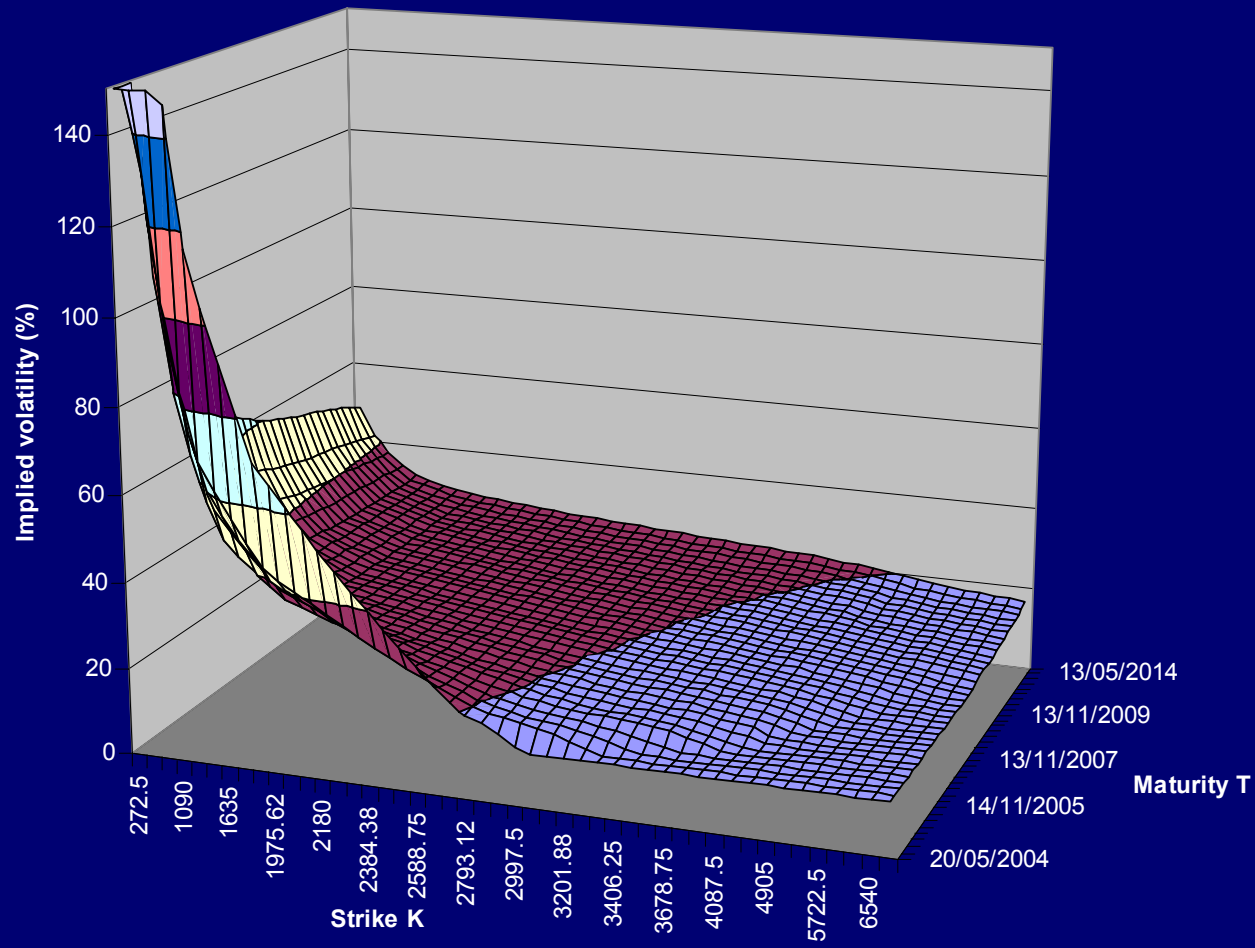
$$C(T, K) := e^{-\int_0^T r_s ds} E[(S_T - K)^+] = BS(K, S_0, T - t; \sigma)$$

werden aktiv gehandelt.

- Wir koennen also die Black&Scholes-Volatilitaet zurueckrechnen und bekommen eine "Implizierte Volatilitaets-Oberflaeche":

Mathematische Modelle: Volatilitaet

EuroStoxx50E Implied Volatility 13/5/2004



Mathematische Modelle: Volatilitaet

- Zeitabhaengige Volatilitaet erhaelt die einfache Struktur des Modells, ist aber nicht ausreichend.
- Idee: Volatilitaet selbst ist ein stochastischer Prozess.
Heston (1993)

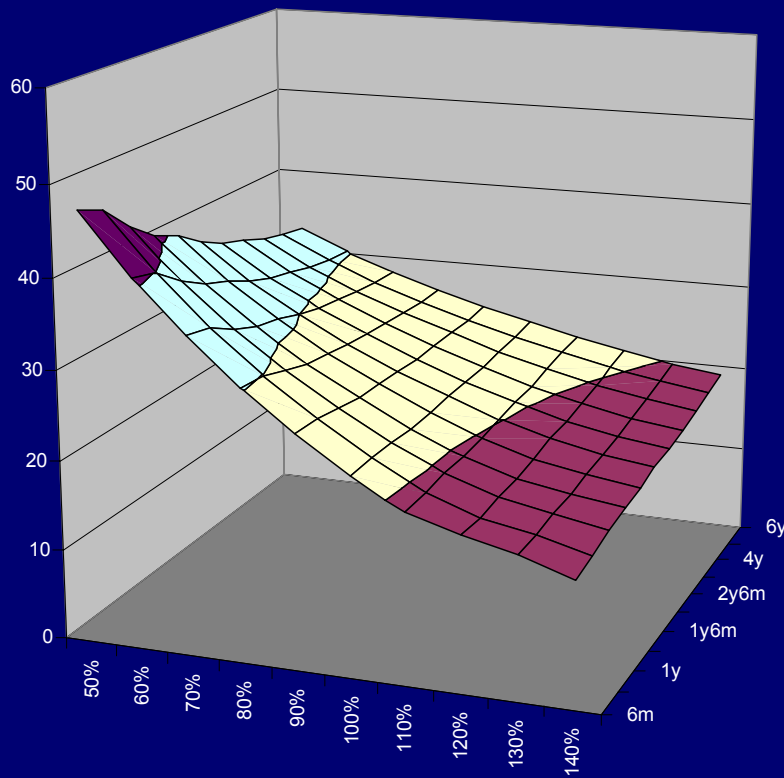
$$dS_t = S_t(r_t - d_t)dt + S_t\sigma_t dW_t$$

$$d\sigma_t^2 = \kappa(\theta - \sigma_t^2)dt + v\sigma_t dB_t$$

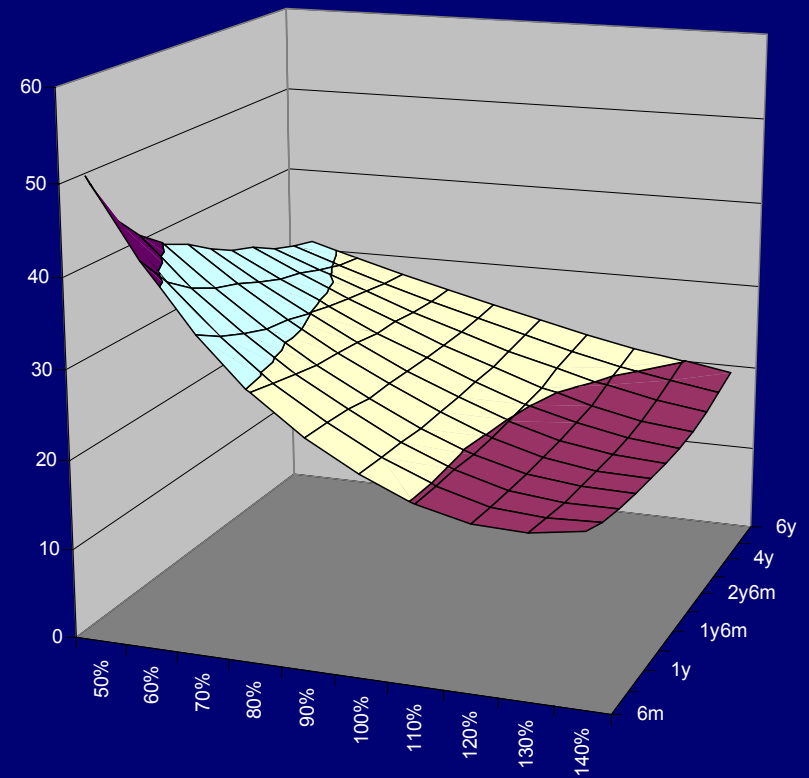
- Modellparameter $\sigma_\theta, \theta, \kappa, v$ und $\rho = \langle B, W \rangle$.
- Dazu Spruenge, um extreme Marktbewegungen zu modellieren.

Mathematische Modelle: Volatilitaet

Market implied vol



Bates-Modell implied vol



Mathematische Modelle: Volatilitaet

- Diese Art von Modellen ist besser geeignet, um komplexe Strukturen zu bewerten, aber es existiert noch kein “neuer Standard”.
- Modelle muessen zum Markt “kalibriert” werden (d.h. die Parameter werden anhand des Optionsmarktes bestimmt).
- Wie werden die Positionen gesichert?
 - Spruenge erzeugen Unvollstaendige Maerkte
 - Parameter sind nicht immer stabil.

Mathematische Modelle: Default Risk

- Default-Risk: Eine Aktie kann auf Null fallen.
- Was passiert mit dem Wert eines Calls

$$C(T, K) := e^{-\int_0^T r_s ds} E[(S_T - K)^+]$$

- Totalverlust !?
- Das ist richtig, aber wir hedgen unsere Position.
 - Wir sind Δ Aktien *short*.
 - Wir halten $(C - \Delta S)/B$ Anteile eines *risikobehafteten* Bonds B (der ausfällt, genau dann wenn die Aktie ausfällt).
- Verlusst viel kleiner (in einfachen Modellen kein Verlusst).

Mathematische Modelle

- Volatilitaet
- Credit-Risiko
- Zinsraten
- Commodities (Brent Crude)
- Reale Kosten: Transaktionskosten, Margins, Liquiditaetsprobleme, udgl.

Bewertungstechniken

- Oft kommen auch Strukturen vor, bei denen das Modellproblem sekundär ist: Schon fuer Black&Scholes ist es schwer.

- Beispiel: Amerikanische Optionen auf
 - nicht-Markov Prozesse
 - pfadabhaengige Auszahlungen

- Wir betrachten eine Bermudan Option auf einen Basket von Knock-In Puts.

Bewertungstechniken

- Knock-In Put mit Maturity T , Strike K und Barrier $B < K = S_0$

$$P = (K - S_T)^+ 1_{\inf_{t \leq T} S_t < B}$$

- Sobald die Aktie B erreicht, ist die Option ein Put mit Strike K . Dessen maximale Auszahlung ist K .
 - Davor: Wenn die Aktie steigt, verliert die Option an Wert.
- Ein Basket ist einfach die Summe solcher Puts auf verschiedene Aktien (mit normalisiertem Anfangswert).

$$B = \sum_{i=1}^{20} (K - S_T^i)^+ 1_{\inf_{t < T} S_t^i < B}$$

Bewertungstechniken

- Darauf geben wir nun eine Garantie:
 - Zu Zeitpunkten T_1, T_2, \dots, T_n kann der Kunde den Vertrag wieder zurueckgeben und erhaelt dann c_1, c_2, \dots, c_n , wobei $c_{i-1} > c_i$.
 - An jedem Zeitpunkt T muss der Besitzer des Vertrages also ueberpruefen, ob es es wert ist, die Option zu halten.
- Bermudan Option auf einen pfadabhaengigen Wertprozess.
- Numerisch sehr schwierig
 - Baeume nicht anwendbar (Markov-Zustandsraum zu gross).
 - Amerikanischer Monte-Carlo notwendig.
 - Im Grunde noch offenes Problem.
 - Optimieren ueber beste Ausfuehrungsstrategie.

Projektverlauf

- **Problemidentifikation**
 - Tradingsite hat ein bestimmtes Problem.
 - Moegliche Loesungen werden besprochen.
 - Projekt wird je nach Zeit/Interesse zugeteilt.
- **Bearbeitung**
 - Ausarbeitung der Loesung (mathematischer Teil).
 - Umsetzung (Programmieren) und Benutzer-Dokumentation.
 - Tests und Weiterentwicklung mit einem Trader.
- **Einsatz**
 - Dokumentation, Erweiterung
 - Kontrolle durch Risiko-Abteilung

Was sind Schwerpunkte fuer den Job?

■ Mathematik

- Stochastic Analysis & Theorie der Finanzmathematik
- Black&Scholes - Mathematik
- Monte-Carlo und Trees, evtl. Finite Differenzen.

■ Informatik

- Objektorientiertes Programmieren und Programmentwurf (C++)

■ Finance

- Marktuebliche Methoden (Delta/Gamma/Vega-Hedging)
- Produkttypen und Loesungsansaetze
- *Hull&White lesen!*

■ Englisch

Bewerbungen im englischen Sprachraum

■ Lebenslauf

- Eher knapp, aber bei jeder eventuellen vorigen Anstellung ausführen, was Inhalt der Arbeit war (auch bei Praktika)
- Zeitlich rückwärts geordnet.
- Bei Noten nicht Kenntnis des deutschen Systems voraussetzen. Also durchaus schreiben:
 - ◆ Rate 1.0 (1:Best, 4:Worst)
- Bei Fähigkeiten *nie* schreiben, man sei “Experte” oder dergleichen (jedenfalls nicht in England).

■ Bewerbungsschreiben

- Auch eher knapp - halbe Seite vielleicht. Ein paar Worte woher man von der Position gehoert hat, was man gerade macht, und ein paar Hoeflichkeitsfloskeln.
- Normalerweise kein Foto.

Bewerbungen im englischen Sprachraum

- Bewerbungsgespraech
 - Gesprache sind oft sehr technisch und mathematisch.
 - Gedankenprozesse darlegen, wenn man die Loesung nicht sofort hat
 - ◆ Wie in einer Pruefung eben
 - Nicht zu viel auf Papers verweisen, wenn konkrete Fragen gestellt werden.
 - Sagen, wenn man etwas *wirklich* nicht weiss und auch nicht darauf kommen wird.
 - Ruhig und freundlich bleiben.

... und das war's.

- Hans Buehler
hans.buehler@db.com oder buehler@math.tu-berlin.de

Vielen Dank fuer Eure Aufmerksamkeit.